

Apéndice A. Formulación Modelado Matemático del balance de masas, energía y exergía

Base de cálculo y horizonte: El modelo simula la operación de la planta durante 15 años con resolución diaria. Se define un año de 365 días y 52 semanas/año. La recepción base es de 4 t/día en tres días por semana (lunes , miércoles (incremento) y viernes), es decir, 8 t/semana, con un escenario de crecimiento anual representado por el vector: $vec_factor(a)$

$$Vec_{factor(1)} = 1$$

$$Vec_{factor(a)} = Vec_{factor(a-1)}(1 + g(a))$$

Donde $g(a) = 0,1$ para $(a) = 2,3,4,5,6,7,8,9$ y $g(a) = 0,01$ para $(a) = 10,11,12,13,14,15$

Recepción y asignación diaria La masa recibida en el día (d) depende del año, y el día de la semana. El modelo asigna una carga ton_dia únicamente en días de recepción (lunes, miércoles y viernes). La masa diaria de entrada al sistema queda:

$$m_{in}(d) = 1000 * ton_dia(d)$$

$$m_{in}(d) = masa_recepcion_kg_dia(d)$$

A2 Tolva de recepción: Se adopta un escurrimiento del 2% proporcional al flujo entrante:

$$m_{lix,A2}(d) = f_{tolva} * m_{in}(d) \quad \text{con } f_{tolva} = 0,02$$

$$m_{A2,out}(d) = m_{in}(d) - m_{lix,A2}(d)$$

$$m_{lix,A2}(d) = lixiviado_tolva_L_dia(d) \quad (\text{se asume } 1\text{kg} = 1\text{L líquidos tipo agua})$$

$$m_{A2,out}(d) = masa_salida_tolva_kg(d)$$

A3 Banda de selección con rechazo: Se aplica un factor de rechazo másico de 1%:

$$m_{rech,A3}(d) = f_{rech} * m_{A2,out}(d) \quad \text{con } f_{rech} = 0,01$$

$$m_{A3,out}(d) = m_{A2,out}(d) - m_{rech,A3}(d)$$

$$m_{rech,A3}(d) = \text{rechazo_banda_kg_dia}(d)$$

$$m_{A3,out}(d) = \text{masa_salida_banda_kg_dia}(d)$$

A4 Molino triturador y A5 Tornillo sinfín: En estas etapas se considera solo cambio físico (sin pérdidas de masa):

$$m_{A4,out}(d) = m_{A3,out}(d)$$

$$m_{A5,out}(d) = m_{A4,out}(d)$$

$$m_{A4,out}(d) = \text{masa_salida_molino_kg_dia}(d)$$

$$m_{A5,out}(d) = \text{masa_salida_tornillo_kg_dia}(d)$$

A6 Cabas de compostaje: se considera drenaje y retención (3 días), el comportamiento de cabas se modela con retención fija ($\text{dias_retencion_cabas} = 3$) operación alternada en pares (1–2, 3–4, 5–6), y una pérdida de masa global en tres días determinada experimentalmente, además Cuando una caba completa su tiempo de retención, la masa descargada hacia el patio es:

$$m_{A6,out}(d) = \sum_i M_i * (1 - f_{caba}) \quad \text{con } f_{caba} = 0,156$$

el lixiviado se calcula con un coeficiente experimental:

$$L_{A6}(d) = \sum_i M_i * (\alpha_{lix,caba}) \quad \text{con } \alpha_{lix,caba} = 0,011 \text{ litros por kilogramo de biomasa en Caba}$$

$$m_{A6,out}(d) = \text{masa_salida_cabas_kg_dia}(d)$$

$$L_{A6}(d) = \text{lixiviado_cabas_L_dia}(d)$$

A7 Patio de secado solar: La biomasa entra al patio y permanece 3 días ($\text{dias_retencion_patio} = 3$). Al cumplirse ese tiempo sale en el mismo orden en que ingresó, aplicándose una pérdida adicional asociada al secado solar de la humedad superficial.

$$m_{A7,out}(d) = (1 - f_{patio}) * m_{A6,out}(d) \quad \text{con } f_{patio} = (0,5115 - f_{caba})$$

f_{patio} = al porcentaje del experimento de secado solar menos el drenaje inicial en cabas, representa una pérdida atribuible al secado solar y evaporación de humedad superficial

$$m_{A7,out}(d) = \text{masa_salida_patio_kg_dia}(d)$$

Se incorpora $\text{porcentaje_ocup_patio_dia}(d)$ para el indicador de ocupación del patio según las condiciones de diseño definidas para el patio y la densidad de la biomasa experimental.

A8 Pulverización y A9 Tamizado: No se consideran pérdidas netas de masa, solo cambio de granulometría y clasificación con recirculación interna implícita:

$$m_{A8,out}(d) = m_{A7,out}(d)$$

$$m_{A9,out}(d) = m_{A8,out}(d)$$

$$m_{A8,out}(d) = \text{masa_salida_pulv_kg_dia}(d)$$

$$m_{A9,out}(d) = \text{masa_lista_horno_kg_dia}(d)$$

A10 Pirólisis: distribución de productos para el día (d), la masa que entra al horno es:

$$m_{A10,in}(d) = m_{A9,out}(d) = \text{masa_entrada_horno_kg_dia}(d)$$

Las fracciones de rendimiento sólido, líquido y gas se obtienen por interpolación lineal respecto a temperatura (interp1) a partir de los datos experimentales (T_{exp} , $R_{\text{solid_fr}}$, $R_{\text{liquid_fr}}$, $R_{\text{gas_fr}}$) y se normalizan para garantizar:

$$f_s + f_l + f_g = 1 \quad \text{Entonces:}$$

$$m_s(d) = f_s * m_{A10,in}(d) ; \quad m_l(d) = f_l * m_{A10,in}(d) \quad ; \quad m_g(d) = f_g * m_{A10,in}(d)$$

$$m_s(d) = \text{masa_bioc_kg_dia}(d)$$

$$m_l(d) = \text{masa_liquidos_piro_kg_dia}(d)$$

$$m_g(d) = \text{masa_gases_piro_kg_dia}(d)$$

Adicionalmente, el número de sacos de 40 kg se calcula como:

$$N_{sacos}(d) = \frac{m_s(d)}{40} = \text{sacos_bioc_40kg_dia}(d)$$

Indicadores globales de masa (acumulados): Para un horizonte completo o por año, las magnitudes acumuladas se obtienen como sumas sobre el conjunto de días:

$$M_X = \sum_d m_x(d)$$

Una vez definida la masa que ingresa a cada equipo, se utilizan las velocidades de procesamiento especificadas en el modelo para calcular las horas diarias de operación correspondientes a cada etapa del proceso.

$$h_i(d) = \frac{m_{in,i}(d)}{v_i}$$

$$h_i(d) = \text{horas de operación del equipo (i) en el día (d)}$$

$$m_{in,i}(d) = \text{masa procesada por el equipo (i) en el día (d)}$$

$$v_i = \text{velocidad nominal del equipo (i) [kg/h]}$$

$$\text{Banda: vel_banda_kg_h} = 1333,3 \text{ [kg/h]}$$

$$\text{Molino: vel_molino_kg_h} = 1333,3 \text{ [kg/h]}$$

$$\text{Tornillo: vel_tornillo_kg_h} = 1333,3 \text{ [kg/h]}$$

Pulverizador: vel_pulverizador_kg_h = 500 [kg/h]

Zaranda: vel_zaranda_kg_h = 500 [kg/h]

Horno de pirolisis: capacidad_horno_kg_h = 500 [kg/h]

Balance de energía del sistema subfunción: modelo_energetico_planta

El modelo energético se alimenta con series diarias provenientes del balance de masas y de la operación de equipos:

Horas de operación diarias: horas_A3_dia, horas_A4_dia, horas_A5_dia, horas_A8_dia, horas_A9_dia, horas_horno_dia, horas_cargador_dia.

Producción y carga del horno: masa_entrada_horno_kg_dia, masa_bioc_kg_dia, sacos_40kg_dia.

Humedad de alimentación al horno: hum_in_horno_frac = 10,34% de experimentos de caracterización

Consumo eléctrico diario por equipos: El consumo eléctrico se calcula a partir de la potencia nominal y la eficiencia del motor por las horas diarias de operación. Para cada equipo (i):

$$E_i(d) = \frac{P_i}{n_i} * h_i(d)$$

En el código, para los equipos principales:

Banda A3: E_A3_kWh_dia = (P_A3/eta_A3)*horas_A3_dia

Molino A4: E_A4_kWh_dia = (P_A4/eta_A4)*horas_A4_dia

Tornillo A5: E_A5_kWh_dia = (P_A5/eta_A5)*horas_A5_dia

Pulverizador A8: E_A8_kWh_dia = (P_A8/eta_A8)*horas_A8_dia

Zaranda A9: E_A9_kWh_dia = (P_A9/eta_A9)*horas_A9_dia

y para auxiliares del horno:

Soplador: $E_{\text{soplador_kWh_dia}} = (P_{\text{soplador}}/\eta_{\text{soplador}}) * \text{horas_horno_dia}$

Auxiliar: $E_{\text{aux_horno_kWh_dia}} = (P_{\text{aux}}/\eta_{\text{aux_horno}}) * \text{horas_horno_dia}$

El consumo eléctrico total diario de la planta es:

$$E_{\text{elec}}(d) = \sum_i E_i(d) = E_{\text{elec_total_kWh_dia}}(d)$$

Consumo de diésel del cargador frontal: El consumo diario de diésel se estima con una tasa de consumo volumétrico constante:

$$V_{\text{diesel}}(d) = v_{\text{diesel}} * h_{\text{carg}}(d)$$

Donde v_{diesel} = consumo_diesel_L_h y $h_{\text{carg}}(d)$ = horas_cargador_dia(d).

La energía química diaria asociada al diésel se calcula con su PCI:

$$E_{\text{diesel}}(d) = V_{\text{diesel}}(d) * PCI_{\text{diesel}} = E_{\text{diesel_kWh_dia}}(d)$$

$PCI_{\text{diesel_kWh_L}} = 9,9$; kWh/L Representa la energía contenida en 1 litro de diesel.

Balance térmico del horno y consumo de gas natural (GN)

El horno se modela como un sistema 0D en el que el gas natural suministra la energía necesaria para: calentar la biomasa seca, calentar el agua líquida hasta ebullición, evaporar la humedad, sobrecalentar el vapor hasta la temperatura de proceso, sostener el requerimiento adicional de torrefacción ($Q_{\text{torref_J_kg_dry}} = 350 \text{ kJ/kg}$). (Yun et al., 2021)

$$Q_{\text{util}}(d) = Q_{\text{bio}}(d) + Q_{\text{w,liq}}(d) + Q_{\text{evap}}(d) + Q_{\text{sup}}(d) + Q_{\text{torref}}(d)$$

$$Q_{\text{bio}}(d) = m_d(d) * Cp_{\text{bio}} * (T_{\text{proc}} - T_{\text{in}})$$

$$Q_{w,liq}(d) = m_w(d) * Cp_{w,liq} * (T_{boil} - T_{in})$$

$$Q_{evap}(d) = m_w(d) * h_{vap}$$

$$Q_{sup}(d) = m_w(d) * Cp_{w,liq} * (T_{proc} - T_{biol})$$

$$Q_{torref}(d) = m_d(d) * Q_{torref}$$

Este calor útil se reporta como: $Q_{util}(d) = Q_{util_kWh_dia}(t)$

Combustión de GN, gases de escape y pérdidas térmicas: El consumo de GN se obtiene resolviendo el balance:

$$Q_{comb}(d) = Q_{util}(d) + Q_{fg}(d) + Q_{perd}(d)$$

$$Q_{comb}(d) = V_{GN}(d) * PCI_{GN}$$

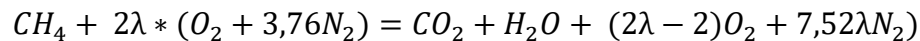
$V_{GN}(d)$ = [Nm³/día] volumen diario de gas natural consumido definido a condiciones normales

PCI_{GN} = poder calorífico inferior del gas natural (10 kWh/m³)

$$Q_{perd}(d) = f_{perd} * Q_{comb}(d) \quad \text{con } f_{perd} = 0,15$$

$Q_{fg}(d)$ = es la energía sensible que se lleva el gas de escape hasta T_{fg} (350 °C)

Estequiometría: Se asume gas natural como metano (CH_4) y exceso de aire del 30 % ($\lambda=1,3$)



Los moles totales de gases por mol (o Nm³) de CH_4 son:

$$n_{tot} = 1 + 2 + (2\lambda - 2) + 7,52\lambda$$

y por tanto el volumen de gases de escape por Nm³ de GN es:

$$V_{fg} = n_{tot} [Nm^3 / Nm^3 \text{ de GN}]$$

y la masa de gases por Nm³ de GN:

$$m_{fg} = \frac{M_{mix}}{22,414} [Kg / Nm^3 \text{ de GN}]$$

donde M_{mix} es la masa molar promedio de la mezcla de gases y 22,414 Nm³ corresponde al volumen molar a condiciones normales. El calor específico másico Cp_{fg} de la mezcla se calcula por ponderación molar de los Cp de CO_2 , H_2O , O_2 y N_2 .

Con esto el calor de gases de escape diario se aproxima como:

$$Q_{fg}(d) = V_{GN}(d) * (m_{fg} * Cp_{fg} * (T_{fg} - T_{amb}))$$

El balance se resuelve despejando el consumo de Gas Natural:

$$V_{GN}(d) = \frac{Q_{util}(d)}{PCI_{GN}(1 - f) - ((m_{fg} * Cp_{fg} * (T_{fg} - T_{amb})))}$$

Finalmente, la energía química del GN es:

$$E_{GN}(d) = Q_{comb}(d) = V_{GN}(d) * PCI_{GN} = E_GN_kWh_dia(d)$$

y la eficiencia térmica diaria del quemador ($\eta_{th_dia}(d)$) queda definida como:

$$\eta_{th}(d) = \frac{Q_{util}(d)}{Q_{comb}(d)}$$

Energía total Anual: se suman las contribuciones sobre el conjunto de días del año, por año (a):

$$E_{elec,anual}(a) = \sum_t E_{elec}(d)$$

$$E_{diesel,anual}(a) = \sum_t E_{diesel}(d)$$

$$E_{GN,anual}(a) = \sum_t E_{gn}(d)$$

$$E_{total,anual}(a) = E_{elec,anual}(a) + E_{diesel,anual}(a) + E_{GN,anual}(a)$$

Estas magnitudes corresponden a: E_elec_total_kWh_anual; E_diesel_kWh_anual;

E_GN_kWh_anual; E_total_kWh_anual

Análisis exergético del horno de pirólisis (A10) modelo_exergetico_planta: El análisis exergético se implementa como un submodelo independiente del energético y se evalúa a base anual. El horno (A10) se modela como un volumen de control donde entran tres aportes exergéticos principales: biomasa (base seca), gas natural y electricidad auxiliar del horno. Las series diarias se agregan a escala anual para construir los términos del balance: $m_{bio_dry_kg_anual}$; $m_{BC_kg_anual}$; $m_{liq_kg_anual}$; $m_{gas_kg_anual}$; $E_{el_horno_kWh_anual}$.

Exergía química de combustibles y productos: En este trabajo, la exergía química se aproxima mediante el producto entre el poder calorífico inferior (LHV/PCI) y un factor adimensional β :

$$ex_{ch} = LHV * \beta$$

Gas natural (GN): $Ex_{ch,GN,anual} = V_{GN,anual} * PCI_{GN} * \beta_{GN}$

Biomasa (base seca): $Ex_{ch,bio,anual} = m_{bio,dry,anual} * LHV_{bio} * \beta_{bio}$

Biocarbón: $Ex_{ch,bio,anual} = m_{bio,dry,anual} * LHV_{bio} * \beta_{bio}$

Líquidos de pirólisis: $Ex_{ch,liq,anual} = m_{liq,anual} * LHV_{liq} * \beta_{liq}$

Gas de pirólisis: $Ex_{ch,gas,anual} = V_{gas,anual} * PCI_{gas} * \beta_{gas}$

Exergía física: La exergía física de una corriente se calcula con la aproximación calorimétrica:

$$Ex_{ph} = m * Cp * \left[(T - T_{amb}) - T_{amb} \ln \left(\frac{T}{T_{amb}} \right) \right]$$

Gases de combustión: La masa anual de gases de combustión se obtiene desde el modelo energético y la exergía física anual:

$$Ex_{ph,fg,anual} = m_{fg,anual} * Cp_{fg} * \left[(T_{fg} - T_{amb}) - T_{amb} \ln \left(\frac{T_{fg}}{T_{amb}} \right) \right]$$

Productos a temperatura de proceso: Se agrupan los productos sólidos, líquidos y gaseosos a

T_{proc} mediante un término equivalente mCp_{prod}

$$(mCp)_{prod,anual} = m_{BC,anual}Cp_{BC} + m_{liq,anual}Cp_{liq} + m_{gas,anual}Cp_{gas}$$

$$Ex_{ph,prod,anual} = (mCp)_{prod,anual} * \left[(T_{proc} - T_{amb}) - T_{amb} \ln \left(\frac{T_{proc}}{T_{amb}} \right) \right]$$

Exergía eléctrica del horno: La electricidad auxiliar del horno se incorpora directamente como exergía (trabajo):

$$Ex_{elec,anual} = E_{elec,anual} * (3,6) \text{ [MJ]}$$

Exergía total de entrada:

$$Ex_{in,anual} = Ex_{ch,GN,anual} + Ex_{ch,bio,anual} + Ex_{elec,anual}$$

Exergía total de salida: En este modelo se contabiliza como salida la exergía química de los productos y la exergía física asociada a la temperatura de los productos y de los gases de escape:

$$Ex_{out,anual} = Ex_{ch,BC,anual} + Ex_{ch,liq,anual} + Ex_{ch,gas,anual} + Ex_{ph,fg,anual} + Ex_{ph,prod,anual}$$

Exergía destruida: La exergía destruida se estima como:

$$Ex_{D,anual} = Ex_{in,anual} - Ex_{out,anual}$$

Eficiencia exergética adoptada: Se define como fracción de la exergía de entrada que se conserva en la exergía química útil de los productos de pirólisis:

$$Ex_{util,anual} = Ex_{ch,BC,anual} + Ex_{ch,liq,anual} + Ex_{ch,gas,anual}$$

$$n_{ex} = \frac{Ex_{util,anual}}{Ex_{in,anual}}$$

Normalización a base específica: Para comparar escenarios y presentar resultados, se normaliza cada término anual respecto a la masa seca anual alimentada al horno:

$$Ex_x[MJ/kg_{in}] = \frac{Ex_{x,anual}}{m_{bio,dry,anual}}$$

Parámetros definidos para Análisis exergético:

param_ex.LHV_bio_MJ_kg = 14,3 [MJ/kg] Valores experimentales obtenidos M15

param_ex.LHV_BC_MJ_kg = 16,7 [MJ/kg] Valores experimentales obtenidos Biocarbón 250°C

param_ex.beta_bio = 1,12 (biomasa)

param_ex.beta_BC = 1,08 (biocarbón)

Factor adimensional β para biomasa y Biocarbon (Sakhiya et al., 2021) partir de H/C y O/C obtenidas experimental por análisis elemental (M15N y M15B)

$$\beta_i = \frac{1,0414 + 0,0177 \frac{H}{C} - 0,3328 \frac{O}{C} * (1 + 0,0537 \frac{H}{C})}{1 - 0,4021 \frac{O}{C}}$$

Gas Natural: El poder calorífico inferior del gas natural, (CH₄), se encuentra típicamente entre 9,5–10 kWh/m³ (\approx 34–36 MJ/m³) y La relación entre exergía química y LHV (β) para gases combustibles ligeros como el metano se ubica en el rango 1,03–1,05 (Szargut et al., 1988; Dincer & Rosen, 2013)

param.PCI_GN_kWh_m3 = 10,0 kWh/m³;

param_ex.beta_GN = 1,04 (CH₄)

Líquidos de pirolisis: Los líquidos de torrefacción y pirólisis lenta presentan una baja calidad energética debido a su alto contenido de agua y compuestos oxigenados, con valores reportados de LHV \approx 5–10 MJ/kg (Van der Stelt, 2011; Prins et al., 2006). $\beta \approx$ 1,0–1,1, coherente con estudios

que muestran que la exergía de los volátiles ligeros es cercana a su LHV debido a la baja severidad térmica del proceso (Yun et al., 2021).

param_ex.LHV_liq_MJ_kg = 7 [MJ/kg] Líquidos de pirólisis

param_ex.beta_liq = 1,05 (líquidos de pirólisis)

Gases de pirolisis: Los gases de pirólisis presentan baja densidad energética y poderes caloríficos inferiores típicos de LHV $\approx 4\text{--}8$ MJ/kg, asociados a la presencia de H_2 , CO, CO_2 y pequeñas fracciones de hidrocarburos ligeros (Prins et al., 2006; Van der Stelt, 2011).

$\beta \approx 1,0\text{--}1,05$, consistente con el hecho de que la exergía de los gases pobres es cercana a su LHV debido a la baja fracción de hidrocarburos y a la ausencia de compuestos altamente energéticos (Yun et al., 2021).

param_ex.LHV_gas_MJ_Nm3 = 6 [MJ/kg] Gas de pirólisis

param_ex.beta_gas = 1,05 (gas de pirólisis)